

**Областная олимпиада по дисциплине «Математика»  
среди обучающихся профессиональных образовательных организаций  
Ярославской области**

*При выполнении олимпиадных заданий необходимо привести их полное решение.  
На выполнение заданий отводится 150 минут.*

1. Решите задачу:

В одном магазине скидка с первоначальной цены товара 7%, а если покупатель берет сразу 2 товара, то скидка с уже пониженной цены (каждого товара) еще 12%. В другом магазине наоборот, скидка с товара 12%, а если приобретается 2 товара, то скидка с пониженной цены 7%. Где выгоднее купить 2 товара? **(1 балл)**

2. Вычислите:  $2 \cdot \log_4 \left( 8(\sqrt{7} - \sqrt{5}) \right) + \log_4 (12 + 2\sqrt{35})$  **(2 балла)**

3. Решите задачу:

Три брата получили 24 яблока, причем каждому досталось столько яблок, сколько ему было лет 3 года назад. Младший брат предложил снова поделить яблоки по следующему принципу: "Я оставляю себе половину имеющихся у меня яблок, а остальную половину делю поровну между вами; после этого пусть также сделает сначала средний брат, потом старший". В итоге после трех обменов яблоками у всех яблок стало поровну. Сколько лет было каждому из братьев? **(2 балла)**

4. Найдите значение выражения:  $\left( 1,63 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt[5]{16}} + 0,37 \cdot \sqrt[5]{16 \cdot \sqrt{2}} \right)^{-\frac{20}{19}}$  **(3 балла)**

5. Найдите значение  $a$ , при котором прямая  $y = 5x + a$  будет являться касательной к графику функции  $y = x^2 - x + 1$ . **(4 балла)**

6. Решите неравенство:  $\frac{5^x}{5^x - 4} + \frac{5^x + 5}{5^x - 5} + \frac{22}{25^x - 9 \cdot 5^x + 20} \leq 0$  **(4 балла)**

7. Решите систему неравенств:  $\begin{cases} \log_2(49 - x^2) \leq 2 + \log_2(x + 1) \\ \log_{0,4}(2|x - 3| + |x - 8| - 8) < 1 \end{cases}$  **(5 баллов)**

8. Решите уравнение:  $3^{\log_2 x^2} + 2 \cdot x^{\log_2 9} = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{\log_1(2x+3)}{2}}$  **(5 баллов)**

9. Решите уравнение  $6 \cos 2x - 14 \cos^2 x - 7 \sin 2x = 0$  и укажите корни, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$  **(6 баллов)**

10. Решите задачу:

Студент должен был перемножить два трехзначных числа и разделить их произведение на пятизначное, но пропустил знак умножения и разделил шестизначное число. Полученное натуральное число оказалось в три раза больше истинного. Найдите все три числа. **(7 баллов)**